分布質量系で外力

1

分布質量系の一般形

$$m(x)\frac{d^2u(x,t)}{dt^2}+c(x)\frac{du(x,t)}{dt}+K(u(x,t))=f(x,t)$$

$$[M]\frac{d^2\{u(t)\}}{dt^2}+[C]\frac{d\{u(t)\}}{dt}+[K]\{u(t)\}=\{f(t)\}$$

- マトリクス表示は空間方向にマトリクス，ベクトル化（手法の一つがFEM，有限要素法），時間については連続関数

$$\{u\}=\{\varphi\}q(t) \quad q(t)=A\exp(\omega t)$$

- とおき，固有値問題に持ち込む

$$\left(\omega^2[M]+\omega[C]+[K]\right)\{\varphi\}q(t)=\{f\}$$

2

いずれにしても，固有値問題であり（複素固有値問題），固有値，固有ベクトルが解になる

- 性質としては

① 固有値は上の定義だと実部が減衰，虚部が固有円振動数を示す

② 固有ベクトルは，振動の形を示し（大きさを示す値ではない），形状関数とも呼ばれる

③ ｑは振動の基準を示すものとして基準座標と呼ばれる

④ 固有ベクトルは固有値問題について直交化する.

⑤ 固有値，固有ベクトルのセットを振動の状況，つまり振動のモードとよぶ．④の性質により、振動モード毎に分解扱うことができる

$$\{u\}=\{\varphi\}q(t) \quad q(t)=A\exp(\omega t)$$

$$\{u\}=\sum_j\{\varphi_j\}q_j(t) \quad q_j(t)=A_j\exp(\omega_j t)$$

3

繰り返しになるが

- ｊ次振動モードに関する定義であり，振動モード毎に異なる.
  - 一般化質量 $\mathbf{M}_j = {}^T\{\varphi_j\}[M]\{\varphi_j\}$
  - 一般化減衰 $\mathbf{C}_j = {}^T\{\varphi_j\}[C]\{\varphi_j\}$
  - 一般化剛性 $\mathbf{K}_j = {}^T\{\varphi_j\}[K]\{\varphi_j\}$
  - 一般化外力 $\mathbf{F}_j = {}^T\{\varphi_j\}\{f\}$

4

ｊ次振動モードだけを見れば

- 振動状況（振動モード）毎の解析
- モーダルアナリシスmodal analysisが可能になる
  - 線形系であるが条件
  - 固有ベクトルの直交性を使って、独立な定式化として分解している
    - 難しい言い方では、「デカルト座標系」の定義を「固有ベクトル（振動モード）座標系」に変換している
- 一自由度系の議論に帰結することができ，その組み合わせとして扱うことができる
  - 調和外力の振動とかステップ外力とかインパルス外力とか、不規則外力応答への拡張とか学んだ通り
  - 観測値との比較とか、物理的な応答に戻すときにはそれなりの配慮が必要

5

振動の現実的大きさの決め方

- 固有ベクトルであるから、ベクトル内での値は比でしか意味がない
  - といっても、困惑するだけ
  - モードごとの解析Modal Analysisなので，ｊ次振動モードに関する定義であり，振動モード毎に異なる.
- 一般化剛性等を具体的な値として決める
  - 固有ベクトル，形状関数の値を決める必要

① 構造計算ソフトでは
  ① Mj＝１となるような操作，**規格化**がよく行われる
  ② 最大振幅を１とすることも行われる

② **物理振幅を見たいとき**
  ① 着目する点のベクトルの値を１とすればいい.
  ② TMDをつけるとしたら，③が適用できる

③ 刺激係数の考え方をとるとき
  ① 地震応答を考えるとき
  ② 地動を各振動モードで分解したとき（一般化が威力としたとき）、各振動モードの寄与度（一般化外力と一般化質量の比）を表す相対的数値である刺激係数

6

試験問題として出しやすい外力の特殊例

- 解ける可能性がある例は多くない
- 弦とか単純梁とか簡単例
  - 斉次解の形は同じ
  - 外力をｆ（ｘ，ｔ）とおく
- 三角関数の直交性から
  - のこるは自乗になる項のみ
  - 他は残らない
- 他には，等分布外力
  - 対称モードのみ
  - 逆対称モードは積分で消える

$$y=\sum_{j=1} y_j=\sum_{j=1} A_j \sin(\frac{j\pi}{L}x)\exp(i\omega_j t)$$

$$F_j(t)=\int \sin(\frac{j\pi}{L}x) f(x,t) dx$$

$$f(x,t)\equiv F_0 \sin(\frac{k\pi}{L}x)\exp(i\omega_e t)$$

$$F_j(t)=\int \sin(\frac{j\pi}{L}x)F_0 \sin(\frac{k\pi}{L}x)\exp(i\omega_e t) dx$$

$$=F_0\int \sin(\frac{j\pi}{L}x)\sin(\frac{k\pi}{L}x)dx\exp(i\omega_e t)$$

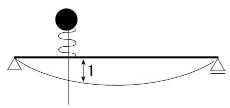
$$=\begin{cases} F_0\int_0^L \sin^2(\frac{k\pi}{L}x)dx\exp(i\omega_e t)=\frac{F_0 L}{2}\exp(i\omega_e t) & j=k \\ 0 & j\neq k \end{cases}$$

$$\int_0^L \sin^2(\frac{k\pi}{L}x)dx=\int_0^L \frac{1-\cos(2\frac{k\pi}{L}x)}{2}dx=\frac{L}{2}$$

7

TMDがほしくなったら

- 主構造系の物理振幅に興味がある
- 取り付け点のモード形の値を１にすれば良い
  - 取り付け点のモード系を1に規格化したモード形の
    - 一般化質量
    - 一般化減衰
    - 一般化剛性→固有振動数
    - 一般化外力



8

課題

- 一般化外力が求められたら、特異解が定まる。
- 次の二つを考えてほしい
  - 一般解はどのようなものになるか
  - 例えば、弦の全体で速度ゼロ、変位が制限半波だとした、初期条件が与えられたとき、どのようにモードごとの係数を定めたらいいか

9