

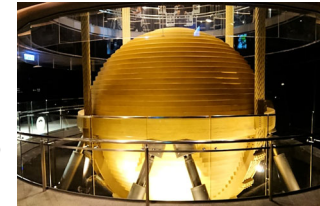
構造動力学

2回目

1

単振動

- simple harmonic oscillation
 - 時間の正弦関数または余弦関数(調和関数)で表わされる周期運動。
- 振り子
- 質量-バネ系
- 運動エネルギー 位置エネルギー



台北101制振装置のおもり(質量)

2

社会基盤で出てくる振動

- 地震災害
- 強風災害



3

橋の振動 タコマ



"On the morning of November 7th the frequency was 36 cycles per minute with the wind blowing at 42 miles per hour."

Spray dashes over bridge as first section of concrete deck strikes water 195 feet below.



10:45 a.m. the first section of the main span falls.

4

TTB



5

明石海峡大橋 吊り材



6

用語

- 釣り合い式
 - 運動方程式
 - 減衰
 - 支配方程式
 - ダランベールの定理
 - ニュートンの第二法則
- 自由度
 - 1自由度系
 - 多自由度系

- 複素表現
- オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta.$$

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

$$\cos \theta + \cos \varphi = 2 \cos \left(\frac{\theta + \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta - \varphi}{2} \right)$$

$$\cos \theta - \cos \varphi = -2 \sin \left(\frac{\theta + \varphi}{2} \right) \sin \left(\frac{\theta - \varphi}{2} \right)$$

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x, \quad \frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x, \quad \frac{d}{dx} \arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{arctan} x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\operatorname{csc}^2 x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{arccot} x = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech} x = -\operatorname{sech} x \operatorname{tanh} x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{arcsch} x = \frac{1}{|x|\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch} x = -\operatorname{csch} x \operatorname{coth} x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{arccsch} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1-x^2}}$$

7

ニュートンの法則

- 質点に関する運動力学
- 第1法則(慣性の法則)
 - 質点は、力が作用しない限り、静止または等速直線運動する
- 第2法則(ニュートンの運動方程式) $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
 - 質点の加速度 a は、そのとき質点に作用する力 F に比例し、質点の質量 m に反比例する
- 第3法則(作用・反作用の法則) $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$
 - 二つの質点 1, 2 の間に相互に力が働くとき、質点 2 から質点 1 に作用する力と、質点 1 から質点 2 に作用する力は、大きさが等しく、逆向きである。

8

ダランベールの原理

- 質点に作用する外力 F に対し、 $-m\alpha$ なる力がかかって全体が力のつり合った(平衡した)状態であるとみなすことができる。
 - このように見かけの力 ($-m\alpha$) を仮定することで、運動の問題を力のつり合い(平衡)の問題に帰着させる

$$\sum_i^n \mathbf{F}_i - m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = 0$$

9

振動に対する考え方

- 基礎を学ぶ
 - 振動の記述
 - 振動の原因, 原理
 - 振動の対策
- 振動を分析する
 - 通常の力学と同じ, 違いは加速度項
 - 外力に応じた応答を調べる
- 振動を制御する

10

運動方程式を作ってみる

- ダランベールの原理の原理
 - 座標系
 - 正の向き
 - 加速度を考慮しつり合い式
- Lagrangeの方程式
 - 運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー U
 - 汎関数として $L=T-U$
 - 一般化座標 q

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}(q(t), \dot{q}(t), t) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}(q(t), \dot{q}(t), t) \right) = 0$$

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2!}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{a(a-1)\dots(a-n+1)}{n!}x^n + \dots$$

11

課題

- 振動の原因になりそうな自然災害例を調べてみよう
 - 地震の場合
 - それ以外の場合

12