振動の力学2

1

単振動

- 振り子
- 質量ーバネ系
- 運動エネルギー　位置エネルギー

2

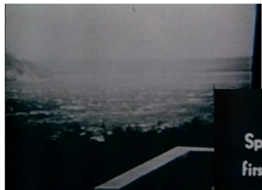
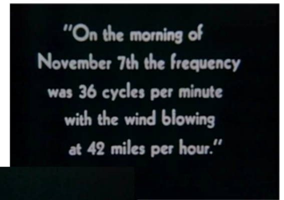
社会基盤で出てくる振動

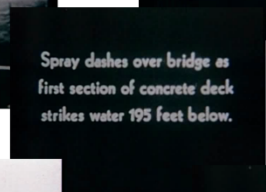
- 地震災害
- 強風災害

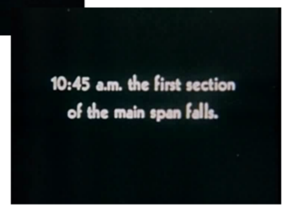


3

橋の振動　タコマ



4

TTB

5

明石海峡大橋　吊り材

6

用語

- 釣り合い式
  - 運動方程式
  - 減衰
  - 支配方程式
  - ダランベールの定理
  - ニュートンの第二法則
- 自由度
  - 1自由度系
  - 多自由度系

- 複素表現
- オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta.$$

$$\sin\theta \pm \sin\varphi = 2\sin\left(\frac{\theta\pm\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta\mp\varphi}{2}\right)$$

$$\cos\theta + \cos\varphi = 2\cos\left(\frac{\theta+\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta-\varphi}{2}\right)$$

$$\cos\theta - \cos\varphi = -2\sin\left(\frac{\theta+\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta-\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x, \qquad \frac{d}{dx}\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x, \qquad \frac{d}{dx}\arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x, \qquad \frac{d}{dx}\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x, \qquad \frac{d}{dx}\operatorname{arccot} x = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sec x = \tan x \sec x, \qquad \frac{d}{dx}\operatorname{arcsec} x = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$\frac{d}{dx}\csc x = -\csc x \cot x, \qquad \frac{d}{dx}\operatorname{arccsc} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

7

ニュートンの法則

- 質点に関する運動力学
- 第1法則（慣性の法則）
  - 質点は、力が作用しない限り、静止または等速直線運動する
- 第2法則（ニュートンの運動方程式）　$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}.$
  - 質点の加速度 aは、そのとき質点に作用する力 Fに比例し、質点の質量 m に反比例する
- 第3法則（作用・反作用の法則）　$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$
  - 二つの質点 1, 2 の間に相互に力が働くとき、質点 2 から質点 1 に作用する力 と、質点 1 から質点 2 に作用する力 は、大きさが等しく、逆向きである。

8

ダランベールの原理

- 質点に作用する外力 F に対し、-mα なる力がかかって全体が力のつり合った（平衡した）状態であるとみなすことができる。
  - このように見かけの力 (-mα) を仮定することで、運動の問題を力のつり合い（平衡）の問題に帰着させる

$$\sum_{i}^{n} \mathbf{F}_i - m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = 0$$

9

振動に対する考え方

- 基礎を学ぶ
  - 振動の記述
  - 振動の原因，原理
  - 振動の対策
- 振動を分析する
  - 通常の力学と同じ，違いは加速度項
  - 外力に応じた応答を調べる
- 振動を制御する

10

運動方程式を作ってみる

- ダランベールの原理の原理
  - 座標系
  - 正の向き
  - 加速度を考慮しつり合い式
- Lagrangeの方程式
  - 運動エネルギーTとポテンシャルエネルギーU
  - 汎関数として　L=T-U
  - 一般化座標q

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}(q(t),\dot{q}(t),t) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}(q(t),\dot{q}(t),t)\right) = 0$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \cdots$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \cdots \quad (-1 < x \leqq 1)$$

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + \cdots$$

11